

MQ- Come funziona la sovrapposizione degli stati e l'interazione con uno strumento

Ogni sistema fisico, anche molto complicato, è descritto in ogni istante dalla sua funzione d'onda: $\psi(\mathbf{r}, t) = \psi$

La notazione di Dirac è la seguente:

$|\psi\rangle$ = rappresenta lo stato di un sistema ψ ; questo, per il principio di sovrapposizione, si può sempre scrivere come somma di due stati diversi, per esempio $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$. La scomposizione si scrive così:

I fattori a_1 (a_2) sono i coefficienti che determinano la probabilità di ottenere lo stato ψ_1 (ψ_2) (se facessi una misura)

$$|\psi\rangle = a_1 |\psi_1\rangle + a_2 |\psi_2\rangle \quad P(\text{di ottenere lo stato } \psi_1) = |a_1|^2 \quad ; \quad P(\text{di ottenere lo stato } \psi_2) = |a_2|^2$$

Le $|\psi\rangle$ sono le funzioni d'onda che descrivono gli stati. Gli stati della scomposizione li scelgo a seconda dello "strumento" che misurerà il fotone.

ESEMPIO: nel caso di un fotone con polarizzazione a 45° , che incide su di un polarizzatore \mathbf{V} , posso scomporre lo stato secondo le due direzioni di cui sono sicuro del risultato, per esempio (\mathbf{V}, \mathbf{O}) e scrivere (principio di linearità):

$$|\psi\rangle = |45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{V}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{O}\rangle \quad [\text{i fattori } \frac{1}{2} \text{ vengono dalla geometria}]$$

Avrò che: $P(\text{il fotone passi un test con un polarizzatore } \mathbf{V}) = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}\right]^2 = \frac{1}{2} = 50\%$

$P(\text{il fotone passi un test con un polarizzatore } \mathbf{O}) = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}\right]^2 = \frac{1}{2} = 50\%$

[Si noti che il fotone a 45° ha il 100% di probabilità di passare il test con un polarizzatore a 45° , quindi il fotone "possiede oggettivamente" la proprietà di avere una certa polarizzazione. [Vedi elemento di realtà secondo Einstein]

La Misura: lancio il fotone $|\psi\rangle$ su di un polarizzatore, per esempio con asse \mathbf{V} :

Prima della misura il fotone ha funzione d'onda : $|\psi, \text{prima}\rangle = |45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{V}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{O}\rangle$

Dopo la misura, se il fotone è passato, e questo accadrà nel 50% dei casi, la sua funzione d'onda sarà cambiata, il fotone sarà \mathbf{V} , quindi.

$$|\psi, \text{dopo}\rangle = |\mathbf{V}\rangle$$

Quindi il polarizzatore cambia la funzione d'onda, lasciando solo la parte che corrisponde al risultato ottenuto.



Questo vale anche nel caso di due fotoni entangled (espressi da **una** sola funzione d'onda per tutti e due):

Prima della misura (lo stato entangled): $|\psi, \text{prima}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, \mathbf{V}\rangle \cdot |2, \mathbf{V}\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, \mathbf{O}\rangle \cdot |2, \mathbf{O}\rangle)$

MISURA: Su 1 solo dei due fotoni, per esempio il fotone **1**, faccio un test di polarizzazione \mathbf{V} : **SE** il fotone 1 passa, allora la funzione d'onda (dei due fotoni) all'uscita, sarà:

$$|\psi, \text{dopo}\rangle = \cancel{\frac{1}{\sqrt{2}} (|1, \mathbf{V}\rangle \cdot |2, \mathbf{V}\rangle)} + \cancel{\frac{1}{\sqrt{2}} (|1, \mathbf{O}\rangle \cdot |2, \mathbf{O}\rangle)} = |1, \mathbf{V}\rangle \cdot |2, \mathbf{V}\rangle$$

quindi il fotone **1**, in uscita dal polarizzatore, sarà \mathbf{V} , ma anche il fotone 2 avrà acquisito la proprietà di essere \mathbf{V} .